

Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka

Lista zadań nr 3.

W zadaniach 1–6 obliczyć EX i VX .

1. Rozkład Laplace'a: $f(x) = \frac{\lambda}{2} \exp\{-\lambda|x - \mu|\}$ na prostej rzeczywistej.
2. Nie istnieje wartość oczekiwana i wariancja zmiennej losowej o rozkładzie Cauchy'ego

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{\lambda}{\lambda^2 + (x - \mu)^2}.$$

3. Zmienna losowa X o gęstości $f(x) = xe^{-x}$, dla $x \geq 0$.
4. Zmienna losowa X o gęstości

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{dla } 0 \leq x \leq 1, \\ 2 - x & \text{dla } 1 \leq x \leq 2, \\ 0 & \text{w.p.p.} \end{cases}$$

5. Zmienna X o dystrybucji

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } 0 \leq x \leq 1, \\ 2(1 - 1/x) & \text{dla } 1 \leq x \leq a, \\ 1 & \text{dla } x > a. \end{cases}$$

6. Zmienna losowa X o gęstości $f(x) = 3x^2$ na przedziale $[0; 1]$.
7. Załóżmy, że $P(X = 0) = 1 - P(X = 1)$. Wiadomo dodatkowo, że $E(X) = 3 V(X)$. Wyznaczyć wartość $P(X = 0)$.
8. Załóżmy, że X jest zmienną losową o rozkładzie geometrycznym z parametrem p . Wykazać, że $E\left(\frac{1}{X}\right) = \frac{-p \log p}{1 - p}$. WSK. $\frac{x^i}{i} = \int_0^x t^{i-1} dt$
9. Niech X będzie zmienną losową taką, że $P(X = 1) = p = 1 - P(X = -1)$. Znaleźć $c \neq 1$ takie, że $E(c^X) = 1$.

Niech X_1, X_2 będą niezależnymi zmiennymi losowymi o gęstości $\frac{2x}{a^2}$, $0 < x < a$. Niech $Y = \max\{X_1, X_2\}$, $Z = \min\{X_1, X_2\}$.

10. Obliczyć wartość oczekiwaną i wariancję zmiennej X_1 .
11. Wyznaczyć gęstość i wartość oczekiwaną zmiennej Y .
12. Wyznaczyć gęstość i wartość oczekiwaną zmiennej Z .
13. Niech $U = Y - Z$. Znaleźć wartość oczekiwaną zmiennej U .

Witold Karczewski