

Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka

Lista zadań nr 2.

Wszystkie zadania po 2 punkty.

1. Czy można tak dobrać stałą C , aby funkcja $f(x, y) = Cxy + x + y$ dla $0 \leq x \leq 2$, $0 \leq y \leq 1$ była gęstością dwuwymiarowej zmiennej losowej?
2. Dana jest funkcja $f(x, y) = Cxy + x$ dla $0 \leq x \leq 2$, $0 \leq y \leq 1$.
 - (a) Wyznaczyć stałą C tak, aby podana funkcja była gęstością zmiennej losowej (X, Y) .
 - (b) Sprawdzić, czy zmienne X i Y są niezależne.
 - (c) Obliczyć ppb $P(1 \leq X \leq 3, 0 \leq Y \leq 0.5)$.
3. Dla funkcji $f(x, y) = C(x + y) \exp\{-(x + y)\}$, gdzie $x > 0$, $y > 0$
 - (a) Wyznaczyć stałą C taką, aby podana wyżej funkcja była gęstością zmiennej (X, Y) .
 - (b) Sprawdzić, czy zmienne losowe X, Y są niezależne.
 - (c) Obliczyć momenty m_{10}, m_{01}, m_{11} .
 - (d) Obliczyć współczynnik korelacji ρ .
4. Dana jest funkcja $f(x, y) = C \exp\left\{-\frac{1}{2}(x^2 + 2xy + 5y^2)\right\}$ dla $-\infty < x < \infty$, $-\infty < y < \infty$.
 - (a) Wyznaczyć stałą C .
 - (b) Wyznaczyć rozkłady brzegowe.
5. Losujemy jedną kartę z talii 24 kart. Oznaczmy przez X zmienną losową o wartościach

X	0	1	2	3
	trefl	karo	kier	pik

natomiast przez Y zmienną o wartościach

Y	5	4	3	0
	as	król	dama	w.p.w.

- (a) Podać rozkład zmiennej (X, Y) oraz rozkłady brzegowe.
- (b) Sprawdzić, czy zmienne X i Y są niezależne.
- (c) Obliczyć momenty zwykłe i centralne do rzędu drugiego włącznie.
- (d) Podać rozkład zmiennej $Z = X + Y$.

Witold Karczewski