

Rachunek prawdopodobieństwa dla informatyków – lista 3

- (10p) Mamy 20 kartek ponumerowanych liczbami od 0 do 19. Wybieramy losowo jedną z nich. Niech X oznacza sumę cyfr na wylosowanej kartce. Podać rozkład zmiennej losowej X , jej dystrybuantę. Sporządzić wykres dystrybuanty.
- (10p) Dystrybuanta zmiennej losowej X jest postaci

$$F(t) = \begin{cases} 0 & : t < 0 \\ 1/2 & : 0 \leq t < 1; \\ 1 & : t \geq 1 \end{cases}$$

Znaleźć rozkład X . Obliczyć $P(X < 1/2)$, $P(X \leq 1/2)$, $P(X < 1)$, $P(X \leq 1)$, $P(X = 1)$, $P(X = 1/2)$, $P(X > 3/4)$, $P(0 < X < 2/3)$.

- (10p) Zmienna losowa X ma rozkład postaci

$$P(X = n) = \frac{c}{n(n+1)} \text{ dla } n=1,2,\dots$$

Wyznacz wartość c . Oblicz $P(X > m)$ dla $m=0,1,\dots$.

- (10p) Prawdopodobieństwo uszkodzenia pracującego komputera podczas przepięcia w sieci elektrycznej wynosi $1/4$. W trakcie przepięcia włączonych było 5 komputerów. Jaka jest szansa, że awarii uległo
 - dokładnie k komputerów, $k=0,1,\dots,5$
 - co najmniej k komputerów, $k=0,1,\dots,5$
 - co najwyżej k komputerów, $k=0,1,\dots,5$
- (10p) Wiadomo z obserwacji, że 5% nowo wyprodukowanych komputerów ulega awarii tuż po zainstalowaniu systemu operacyjnego. Firma produkująca komputery dostała zamówienie na zainstalowanie sieci 50 komputerów w odległym mieście. Postanowiono zabrać na montaż 52 komputery. Jaka jest szansa, że uda się uruchomić sieć? Ile komputerów należałoby zabrać aby mieć pewność 99% ?
- (10p) Wiadomo, że prawdopodobieństwo poprawnego przesłania pakietu w trakcie pojedynczej sesji wynosi p . Jaka jest najbardziej prawdopodobna ilość poprawnie przesłanych pakietów, gdy przesłano niezależnie ich n ?
- (10p) Jak długi powinien być ciąg cyfr losowych aby prawdopodobieństwo wystąpienia co najmniej raz cyfry 5 wynosiło co najmniej 95%? Jakie jest prawdopodobieństwo, że cyfra 5 pojawi się po raz pierwszy jako piąty element?
- (5p) Liczba wypadków zdarzających się na autostradzie w ciągu doby jest zmienną losową o rozkładzie Poissona z parametrem 5. Obliczyć prawdopodobieństwo, że
 - nie będzie dziś żadnego wypadku
 - będą co najmniej 2 wypadki
 - będą co najwyżej 2 wypadki.
- (10p) Niech $X \sim N(7,9)$. Obliczyć prawdopodobieństwo, że zmienna losowa X przyjmuje wartości (korzystając z tablic)
 - mniejsze od 8,5
 - większe od 3,7
 - leżące między 2,5 a 11,2.
- (5p) Niech zmienna losowa $X \sim N(95, \sigma^2)$. Znajdź wariancję, jeśli wiadomo, że 20% obszaru pod wykresem gęstości leży na prawo od 103,4.
- (5p) Niech $X \sim N(m, (24.5)^2)$. Znajdź m , jeśli $P(X < 60) = 0.3745$.
- (5p) Zmienna losowa X ma rozkład wykładniczy z parametrem 4. Znaleźć rozkład zmiennej losowej $Y = 3X + 4$. Obliczyć gęstość Y .
- (5p) Niech X i Y będą niezależnymi zmiennymi losowymi o jednakowym rozkładzie przyjmującym wartości 1,2,3,4 z prawdopodobieństwami 0.1, 0.2, 0.3, 0.4 odpowiednio. Znajdź rozkład $X+Y$.