

Rachunek prawdopodobieństwa dla informatyków – lista 7

1. (5p) Oszacować prawdopodobieństwo otrzymania nie mniej niż 50 i nie więcej niż 70 razy jednego oczka w 300 rzutach symetryczną kostką.
2. (5p) Rzucamy kostką 100 razy. Oszacować prawdopodobieństwo, że suma uzyskanych oczek jest zawarta pomiędzy 330 a 380.
3. (10p) Prawdopodobieństwo uszkodzenia elementu w ciągu czasu T wynosi 0.2. Oszacować jak duża powinna być liczba elementów, aby co najmniej 50 z nich nie uległo uszkodzeniu w czasie T z prawdopodobieństwem 0.9, 0.95, 0.99.
4. (10p) W teatrze mającym 600 miejsc są dwie szatnie – na prawo i na lewo od wejścia. Każdy wchodzący niezależnie od pozostałych widzów, losowo kieruje się do jednej z szatni. Oszacować, ile co najmniej „numerków” powinno być w każdej szatni, aby prawdopodobieństwo odesłania widza do drugiej szatni z powodu braku miejsca było nie większe niż 0.01.
5. (10p) Wynik pomiaru opóźnienia w transmisji na pojedynczym odcinku sieci komputerowej obarczony jest błędem systematycznym 0.5 i błędem losowym będącym zmienną losową o średniej 0 i wariancji 1. Dokonano pomiaru sieci składającej się ze 100 odcinków (pomiaru były niezależne od siebie). Niech Y będzie błędem całkowitym popełnionych przy badaniu całej sieci. Oszacować prawdopodobieństwo tego, że:
 - a) $Y < 75$
 - b) Wynik pomiaru nie przekracza rzeczywistej wartości mierzonego opóźnienia na trasie 100 odcinków.
6. (5p) Przyjmując, że błąd zapisu drugiej cyfry po przecinku w systemie dziesiętnym jest zmienną losową o rozkładzie jednostajnym $U[-0.5, 0.5]$, oszacować prawdopodobieństwo, że błąd powstały po zsumowaniu 1000 liczb będzie mniejszy niż 2.
7. (5p) Po mieście jeździ 200 tramwajów. Prawdopodobieństwo uszkodzenia jednego w ciągu doby wynosi 0.005. Zakładają, że tramwaje psują się niezależnie, oszacować prawdopodobieństwo awarii w ciągu doby co najwyżej 3 tramwajów.
8. (5p) Rzucamy 200 razy sześcioma kostkami. Oszacować prawdopodobieństwo otrzymania sześciu różnych wyników 0,1,...,5 razy.
9. (10p) W celu ustalenia frakcji (procentu) p dorosłych obywateli akceptujących kandydaturę pana Fą na prezydenta, przeprowadzono sondaż opinii publicznej. Ile osób powinno być ankietowanych, aby z prawdopodobieństwem co najmniej 0.95 frakcja otrzymana z próby losowej różniła się od rzeczywistej frakcji p o mniej niż 0.01 jeśli wiadomo, że
 - i) $p < 0.3$
 - ii) nie ma żadnych dodatkowych informacji o p .
10. (5p) Przy 10 000 rzutów monetą reszka pojawiła się 5400 razy. Oceń, czy uzasadnione jest przypuszczenie, że moneta była niesymetryczna.
11. (10p) 50 komputerów zostało wybranych z bardzo dużej partii i poddanych testom wydajności. Średni wynik testu dał 11.75 z odchyleniem standardowym 0.14.
 - a) Jaki co najwyżej błąd popełniamy z prawdopodobieństwem 0.95, przyjmując wartość 11.75 za średni wynik testu wszystkich komputerów.

- b) Zbudować przedział ufności na poziomie ufności 0.98 dla średniego wyniku testu.
12. (10p) Transfer pliku może być dokonany przy użyciu sieci kablowej lub sieci WiFi. W każdym z powyższych przypadków podczas transferu może nastąpić zerwanie połączenia, które spowoduje konieczność ponownego przesłania całego pliku z prawdopodobieństwem odpowiednio p lub q . Przed rozpoczęciem procedury wybieramy sieć którą będziemy nadawać. Wiadomo, że koszt transferu związany jest z ilością prób niezbędnych do całkowitego transferu pliku dla poszczególnych sieci, które oznaczamy przez X, Y odpowiednio. Zakładamy, X i Y są niezależne. Obliczyć:
- a) $P(X=Y)$
 - b) $E(\max(X, Y))$
 - c) $P(\min(X, Y)=k)$
 - d) $E(X|X \leq Y)$.
13. (15p) REFERAT (jeśli zostanie czasu na ćwiczeniach): *Lokalny lemat Lovasza z zastosowaniem.*
14. (10p) REFERAT (jeśli zostanie czasu na ćwiczeniach): *Niezależność parami.*