

Rachunek prawdopodobieństwa dla informatyków – lista 6

1. (10p) Na końcowym egzaminie z rachunku prawdopodobieństwa student może otrzymać maksymalnie 100 pkt. Średnia ilość punktów uzyskana przez 800 studentów wynosi 72,5, a odchylenie standardowe 8.2. Stosując nierówność Czebyszewa, podaj co najmniej ilu studentów musiało otrzymać pomiędzy 55 i 90 pkt.
2. (10p) Oszacuj prawdopodobieństwo wyrzucenia pomiędzy 400 a 500 orłów na 900 rzutów idealną monetą.
3. (10p) Prawdopodobieństwo poprawnego przesłania pakietu danych wynosi 0.6. Niezależnie przesyłamy n pakietów. Cała transmisja kończy się sukcesem jeśli uda się przesłać poprawnie co najmniej połowę pakietów. Korzystając z nierówności Chernoffa znaleźć oszacowanie prawdopodobieństwa sukcesu.
4. (10p) Niech X będzie krotnością wystąpienia „6” w n rzutach idealną kością do gry. Porównaj oszacowania na $P(X \geq n/4)$ przy użyciu nierówności Markowa, Czebyszewa i Chernoffa.
5. (5p) Wyznaczyć funkcję tworzącą momenty dla zmiennej losowej $B(n,p)$. Niech $X \sim B(n,p)$, $Y \sim B(m,p)$ będą niezależnymi zmiennymi losowymi. Korzystając z funkcji tworzących momenty, znaleźć rozkład $X+Y$.
6. (10p) Wyznacz prawdopodobieństwo uzyskania co najmniej 55 orłów w 100 rzutach monetą i porównaj z oszacowaniem Chernoffa. To samo dla 550 orłów w 1000 rzutach (jeśli jest taka potrzeba, to można posiłkować się komputerem).
7. (5p) Niech $X \sim N(0,1)$. Znaleźć $E(X^k)$ dla $k=1,2,\dots$