

Rachunek prawdopodobieństwa dla informatyków – lista 5

- (10p) N niezależnych procesów jest losowo rozdzielanych pomiędzy r komputerów. Zakładamy, że każdy proces z jednakową szansą może być przydzielony do któregoś z r komputerów. Niech X oznacza ilość komputerów, które nie dostały żadnego zadania. Obliczyć EX oraz $Var(X)$.
- (10p) Mamy n różnych typów kuponów. Prawdopodobieństwo wyciągnięcia kuponu j z puli wynosi za każdym razem p_j . Znaleźć wartość oczekiwaną ilości typów kuponów w losowo wybranym zbiorze k kuponów. Postarać się policzyć też wariancję.
- (10p) Prosty model rynku giełdowego zakłada, że każdego dnia (niezależnie) cena akcji q może wzrosnąć do qr z prawdopodobieństwem p lub spaść do q/r z prawdopodobieństwem $1-p$, gdzie $r > 1$. Zakładamy, że dziś cena akcji wynosi 1. Obliczyć wartość oczekiwaną oraz wariancję ceny akcji za d dni.
- (5p) Wektor losowy jest postaci

X\Y	1	2	3
0	0.3	0.2	0.1
3	0.2	0.1	a

Niech $Z=2X+Y$. Oblicz $E(Z)$ oraz $Var(Z)$.

- (10p) Niech X_1, X_2 będą wynikami rzutu 2 kostek do gry, a X sumą wyrzuconych oczek. Obliczyć
 - $E(X|X_1 \text{ jest nieparzyste})$
 - $E(X|X_1=X_2)$
 - $E(X_1|X=9)$
 - $E(X_1-X_2|X=k)$, dla $k=2,3,\dots,12$.
- (10p) Transfer pliku może być dokonany przy użyciu sieci kablowej lub sieci WiFi. W każdym z powyższych przypadków podczas transferu może nastąpić zerwanie połączenia, które spowoduje konieczność ponownego przesłania całego pliku z prawdopodobieństwem odpowiednio p lub q . Przed rozpoczęciem procedury wybieramy sieć którą będziemy nadawać. Wiadomo, że koszt transferu związany jest z ilością prób niezbędnych do całkowitego transferu pliku dla poszczególnych sieci, które oznaczamy przez X, Y odpowiednio. Zakładamy, X i Y są niezależne. Obliczyć:
 - $P(X=Y)$
 - $E(\max(X,Y))$
 - $P(\min(X,Y)=k)$
 - $E(X|X \leq Y)$.
- (10p) REFERAT: Problem kolekcjonera.
- (15p) REFERAT: Quicksort.