

Imię i nazwisko:

1	2	3	Σ

Rachunek prawdopodobieństwa dla informatyków

Kolokwium 2 (3.12.2009)

1. Rozkład wektora losowego (X, Y) przedstawia tabela:

$X \setminus Y$	-1	0	1
0	0	3/18	c
1	5/18	b	5/18
2	a	3/18	0

Rozkład zmiennej losowej Y jest *równomierny* na $\{-1, 0, 1\}$, tzn. $\mathbf{P}(Y = i) = \mathbf{P}(Y = j)$ dla każdego $i, j \in \{-1, 0, 1\}$.

Wyznaczyć liczby a , b i c oraz rozkłady brzegowe. Obliczyć $\mathbb{E}X$, $\mathbb{E}Y$, $\text{Var}X$, $\text{Var}Y$, $\text{Cov}(X, Y)$ oraz $\text{Var}(X + Y)$. Czy zmienne losowe X i Y są niezależne?

Imię i nazwisko:

2. Niech X będzie zmienną losową z rozkładu o gęstości postaci

$$f_X(t) = \frac{1}{t^2} \mathbb{1}_{(1,\infty)}(t).$$

Wyznaczyć rozkład (dystrybuantę lub gęstość) zmiennej losowej $Y = \frac{1}{X}$. Co to za rozkład? Znaleźć $\mathbb{E}Y = \mathbb{E}\left(\frac{1}{X}\right)$ i porównać z $\frac{1}{\mathbb{E}X}$ (o ile to możliwe).

Imię i nazwisko:

3. W urnie znajduje się 10 kul białych i 10 kul czarnych. Losujemy bez zwracania 10 kul. Niech:

X będzie zmienną losową opisującą liczbę wylosowanych kul białych;

Y będzie zmienną losową opisującą liczbę wylosowanych kul czarnych.

Wyznaczyć rozkład ($\mathbf{P}(X = k)$ dla $k \in \{0, 1, \dots, 10\}$) zmiennej losowej X . Jaki jest rozkład zmiennej losowej Y w porównaniu do X ? Obliczyć $\mathbb{E}X$.

Wskazówka: W celu znalezienia $\mathbb{E}X$ można np. rozważyć sumę $X + Y$ i skorzystać ze wzoru $\mathbb{E}(X + Y) = \mathbb{E}X + \mathbb{E}Y$.

