

Rachunek prawdopodobieństwa dla informatyków – lista 8

1. (10p) W celu ustalenia frakcji (procentu) p dorosłych obywateli akceptujących kandydaturę pana ŁĄ na prezydenta, przeprowadzono sondaż opinii publicznej. Ile osób powinno być ankietowanych, aby z prawdopodobieństwem co najmniej 0.95 frakcja otrzymana z próby losowej różniła się od rzeczywistej frakcji p o mniej niż 0.01 jeśli wiadomo, że
 - i) $p < 0.3$
 - ii) nie ma żadnych dodatkowych informacji o p .
2. (5p) Przy 10 000 rzutów monetą reszka pojawiła się 5400 razy. Oceń, czy uzasadnione jest przypuszczenie, że moneta była niesymetryczna.
3. (10p) 50 komputerów zostało wybranych z bardzo dużej partii i poddanych testom wydajności. Średni wynik testu dał 11.75 z odchyleniem standardowym 0.14.
 - a) Jaki co najwyżej błąd popełniamy z prawdopodobieństwem 0.95, przyjmując wartość 11.75 za średni wynik testu wszystkich komputerów.
 - b) Zbudować przedział ufności na poziomie ufności 0.98 dla średniego wyniku testu.
4. (10p) Pewien algorytm ma złożoność obliczeniową $n^2 + 2n + 17$ porównań, gdzie n jest długością słowa danego na wejściu algorytmu. Wiadomo, że długość słowa S jest losowa i ma rozkład Bernoulli'ego $B(10, 0.2)$. Wyznaczyć:
 - a) Prawdopodobieństwo, że algorytm zatrzyma się po nie więcej niż 20 porównaniach.
 - b) Wartość oczekiwaną ilości porównań.
5. (10p) Prawdopodobieństwo deszczu danego dnia na pewnej wyspie tropikalnej wynosi 0.3 i nie zmienia się w ciągu roku. Załóżmy, że opady w poszczególnych dniach są zdarzeniami niezależnymi od siebie. Niech Z_n będzie ilością dni z opadami w ciągu kolejnych n dni. Korzystając odpowiednio z nierówności Markowa, Czebyszewa i Chernoffa, znaleźć możliwie najlepsze górne oszacowania na $P(Z_n \geq n/2)$.
6. (10p) Niech X_1, X_2 będą wynikami rzutu 2 kostek do gry, a X sumą wyrzuconych oczek. Obliczyć
 - a) $E(X|X_1 \text{ jest nieparzyste})$
 - b) $E(X|X_1 = X_2)$
 - c) $E(X_1|X=9)$
 - d) $E(X_1 - X_2|X=k)$, dla $k=2, 3, \dots, 12$.
7. (10p) Transfer pliku może być dokonany przy użyciu sieci kablowej lub sieci WiFi. W każdym z powyższych przypadków podczas transferu może nastąpić zerwanie połączenia, które spowoduje konieczność ponownego przesłania całego pliku z prawdopodobieństwem odpowiednio p lub q . Przed rozpoczęciem procedury wybieramy sieć którą będziemy nadawać. Wiadomo, że koszt transferu związany jest z ilością prób niezbędnych do całkowitego transferu pliku dla poszczególnych sieci, które oznaczamy przez X, Y odpowiednio. Zakładamy, X i Y są niezależne. Obliczyć:
 - a) $P(X=Y)$
 - b) $E(\max(X, Y))$
 - c) $P(\min(X, Y)=k)$
 - d) $E(X|X \leq Y)$.