

# Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka

## Lista zadań nr 3.

Wszystkie zadania po 2 punkty.

1. Czy można tak dobrać stałą  $C$ , aby funkcja  $f(x, y) = Cxy + x + y$  dla  $0 \leq x \leq 2$ ,  $0 \leq y \leq 1$  była gęstością dwuwymiarowej zmiennej losowej?
2. Dana jest funkcja  $f(x, y) = Cxy + x$  dla  $0 \leq x \leq 2$ ,  $0 \leq y \leq 1$ .
  - (a) Wyznaczyć stałą  $C$  tak, aby podana funkcja była gęstością zmiennej losowej  $(X, Y)$ .
  - (b) Sprawdzić, czy zmienne  $X$  i  $Y$  są niezależne.
  - (c) Obliczyć ppb  $P(1 \leq X \leq 3, 0 \leq Y \leq 0.5)$ .
3. Dla funkcji  $f(x, y) = C(x + y) \exp\{-(x + y)\}$ , gdzie  $x > 0$ ,  $y > 0$ 
  - (a) Wyznaczyć stałą  $C$  taką, aby podana wyżej funkcja była gęstością zmiennej  $(X, Y)$ .
  - (b) Sprawdzić, czy zmienne losowe  $X, Y$  są niezależne.
  - (c) Obliczyć momenty  $m_{10}, m_{01}, m_{11}$ .
  - (d) Obliczyć współczynnik korelacji  $\rho$ .
4. Dana jest funkcja  $f(x, y) = C \exp\left\{-\frac{1}{2}(x^2 + 2xy + 5y^2)\right\}$  dla  $-\infty < x < \infty$ ,  $-\infty < y < \infty$ .
  - (a) Wyznaczyć stałą  $C$ .
  - (b) Wyznaczyć rozkłady brzegowe.
5. Losujemy jedną kartę z talii 24 kart. Oznaczmy przez  $X$  zmienną losową o wartościach

X	0	1	2	3
	trefl	karo	kier	pik

natomiast przez  $Y$  zmienną o wartościach

X	5	4	3	0
	as	król	dama	w.p.w.

- (a) Podać rozkład zmiennej  $(X, Y)$  oraz rozkłady brzegowe.
- (b) Sprawdzić, czy zmienne  $X$  i  $Y$  są niezależne.
- (c) Obliczyć momenty zwykłe i centralne do rzędu drugiego włącznie.
- (d) Podać rozkład zmiennej  $Z = X + Y$ .

Witold Karczewski