E G Z A M I N   L I C E N C J A C K I   dnia 25.czerwca 2003

....

Zadanie z Matematyki I

Za poprawne rozwiązanie całego zadania otrzymać można maksymalnie 9 punktów. 3 punkty dają ocenę dostateczną, 4 — dostateczną z plusem, 5 — dobrą, 6 — dobrą z plusem, a 7 — ocenę bardzo dobrą.

(a) Niech A, B i C będą dowolnymi zbiorami takimi, że $A \subseteq B$. Czy zachodzić muszą następujące inkluzje (odpowiedzi nie trzeba uzasadniać):

1. $A \cup C \subseteq B \cup C$,
2. $C \setminus A \subseteq C \setminus B$,
3. $A \setminus C \subseteq B \setminus C$,
4. $A \dot{-} C \subseteq B \dot{-} C$?

Uwaga: $A \setminus B$ oznacza różnicę zbiorów, natomiast $A \dot{-} B$ to różnica symetryczna. *(4 punkty)*

(b) Zdefiniujmy funkcję $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ w następujący sposób:

$$\begin{aligned} f(0) &= 7 \\ f(n+1) &= \begin{cases} f(n)/2 & \text{gdy } f(n) \text{ jest parzyste.} \\ f(n)+1 & \text{gdy } f(n) \text{ jest nieparzyste.} \end{cases} \end{aligned}$$

Udowodnij indukcyjnie, że dla każdej liczby naturalnej n zachodzi nierówność $f(n) \leq 8$. *(5 punktów)*

....

Zadanie z Matematyki II

A Czy wektory:

(1,1,1,1), (1,1,-1,-1), (1, -1, 1,-1), (1, -1, -1, 1)

są liniowo niezależne? Uzasadnij swoją odpowiedź.

B Oblicz wyznacznik macierzy

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

....

....

Zadanie z Algorytmów i Struktur Danych

Przypomnijmy, że *kolejka priorytetowa*, to struktura pozwalająca efektywnie realizować operacje: `insert`, `find-min` oraz `delete-min`. Opisz realizację kolejki priorytetowej za pomocą kopca. Podaj implementację kopca za pomocą tablicy. Opisz procedury realizacji podstawowych operacji kolejki priorytetowej na kopcu. Oszacuj złożoność każdej z tych procedur.

....

Zadanie z Matematyki Dyskretnej

Niech a_n oznacza wartość wyznacznika trójprzekątniowej macierzy stopnia n, w której elementy na przekątnej mają wartość 2, a elementy leżące na liniach przy przekątnej mają wartość 1.

(a) Napisz zależność rekurencyjną, jaką spełniają liczby a_n.

(b) Rozwiąż zależność otrzymaną w punkcie (a) stosując metodę funkcji generującej.

(c) Jeśli nie potrafisz wykonać polecenia z punktu (b), to zastosuj inną znaną Ci metodę, by rozwiązać zależność otrzymaną w punkcie (a)

....

Zadanie z Metod Numerycznych

Niech $[a_0, b_0]$, $[a_1, b_1], \ldots$ będzie ciągiem przedziałów zbudowanym za pomocą metody bisekcji zastosowanej do lokalizacji zer funkcji f, ciągłej w przedziale $[a_0,\, b_0]$.

1. Ile wynosi długość przedziału $[a_n, b_n]$ $\;(n = 0, 1, \ldots)$?
2. Ile kroków według metody bisekcji należy wykonać, żeby wyznaczył zero α z błędem mniejszym niż zadane $\varepsilon > 0$?

....

Zadanie z Programowania na następnej kartce

....

Zadanie z Programowania

Za zadanie to można otrzymać **11 punktów**. *Aby otrzymać ocenę* **dst** *wystarczy zdobyć 3p;* **dst+** *— 4p;* **db** *— 6p;* **db+** *— 8p;* **bdb** *— 10p.*

Część 1 (5pkt) Niech G_1 będzie gramatyką generującą język L_1 nad alfabetem $\Sigma = \{a, b\}$ z symbolem startowym S i zbiorem produkcji P równym

$$\{S \to aSb,\ S \to bSa,\ S \to \varepsilon\}$$

Odpowiedz na pytania:

a) Czy język L_1 zawiera wszystkie słowa, w których liczba znaków a jest równa liczbie znaków b (odpowiedź uzasadnij) (2p).

b) Czy język L_1 jest regularny (odpowiedzi nie musisz uzasadniać)? (1p)

c) Zdefiniuj gramatykę G_2 generującą język $L_1 \cap \mathcal{L}(a^*b^*)$ (2p)

Część 2 (6pkt) W zadaniu tym powinieneś przekształcić fragmenty programów w języku C w ten sposób, by dawały ten sam efekt. Zakładamy, że sprawdzenie warunku nie powoduje efektów ubocznych. Jeżeli potrzeba, to możesz wprowadzać dodatkowe zmienne.

a) Przekształć program (3p):

```
switch(c) {
   case 1: C1;
   case 2: C2; break;
   case 3: C3; break;
}
```

na równoważny, w którym jedyną konstrukcją sterującą jest `if` bez `else`.

b) Przekształć program (3p):

```
do {
    C1;
    if (b2) break;
    C2;
} while (b3)
```

na równoważny, w którym jedynymi konstrukcjami sterującymi są pętla `while` oraz instrukcja `if` z opcjonalnym `else`.

....

K O N I E C listy zadań na egz. lic. w dniu 25.06.2003