Egzamin licencjacki 19. września 2005 r.

Należy wybrać do odpowiedzi zestawy zadań z **trzech** przedmiotów.

Odpowiedzi do każdego wybranego przedmiotu umieścić na **oddzielnej** podpisanej (!) kartce.

Matematyka I

Za poprawne rozwiązanie obu zadań można otrzymać 20 punktów. 8 punktów daje ocenę dostateczną, 13 - dobrą, 18 - bardzo dobrą.

1. Policzyć całki:

   (a) **(10 p.)**

   $$\int x^{10}\, e^{-x}\, dx \ ,$$

   (b) **(5 p.)**

   $$\int \cos^2 x\, dx \ .$$

2. **(5 p.)** Czy wartość całki

   $$\int_0^{2\pi} e^x \, \sin(2x)\, dx$$

   jest

   (a) dodatnia?
   (b) ujemna?
   (c) równa zeru?

   Dlaczego? (proszę uzasadnić odpowiedź)

Matematyka II

Zadanie z Matematyki II, (odpowiedzi w punktach b) i c) należy uzasadnić!)

a) Co to znaczy, że wektory $\vec{w}_1, \vec{w}_2, \ldots, \vec{v}_n$ są liniowo niezależne?

b) Czy wektory $\vec{v}_1 = (2,5,3,1)$, $\vec{v}_2 = (0,1,2,0)$, $\vec{v}_3 = (4,7,0,2)$ są liniowo niezależne?

c) Jaki jest wymiar przestrzeni liniowej V rozpinanej przez $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$
$(V = \{\vec{x} \in R^4 : \exists\, \alpha, \beta, \gamma \in R \;\; \vec{x} = \alpha\vec{v}_1 + \beta\vec{v}_2 + \gamma\vec{v}_3\})$?

Algorytmy i struktury danych

Struktury drzewiaste dla zbiorów rozłącznych (UNION-FIND)

Omów podstawową strukturę drzew UNION-FIND oraz jej ulepszenia i ich znaczenie dla efektywności struktury.

Podaj schemat algorytmu znajdowania spójnych składowych grafu wykorzystujący tę strukturę. Oszacuj złożoność algorytmu.

Porównaj powyższy algorytm z innymi rozwiązującymi ten sam problem.

Programowanie

Algorytm sortowania *Quicksort* polega na zastosowaniu strategii „dziel i rządź” w następujący sposób: aby posortować listę złożoną z głowy `H` i ogona `T` dzielimy listę `T` na dwie listy, zawierające odowiednio elementy nie większe i większe od `H`, następnie sortujemy je rekurencyjnie i na koniec łączymy powstałe listy wstawiając pomiędzy nie element `H`.

Zaprogramuj ten algorytm w Prologu. Zadbaj, by Twoje predykaty nie generowały zbyt dużej ilości nieużytków i by rekursja w nich była ogonowa.

Matematyka Dyskretna

Ile jest liczb całkowitych większych od n i mniejszych od $2n$, które dzielą się przez 2 i 3 a nie dzielą przez 4 i 5?

Metody Numeryczne

1. Co najmniej ile wyrazów szeregu S należy dodać, aby przybliżyć dokładną jego wartość z błędem bezwzględnym nie większym niż ε, gdzie:

$$S = \frac{1}{8}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^{k+1}}{\sqrt{k}}, \quad \varepsilon = 10^{-3}$$

2. Metodą najmniejszych kwadratów wyznacz wartość współczynnika a, żeby funkcja $y = x^2 + a$ była jak najlepiej dopasowana do danych pomiarowych

x_i	-2	-1	0	1	2
y_i	6	3	1	2	8

.