

Egzamin licencjacki 28 września 2004

Programowanie

Za zadanie to można otrzymać **20 punktów**. Aby otrzymać ocenę **dst** wystarczy zdobyć 7p, **dst+** 9p, **db** 11p, **db+** 13p, **bdb** 15p.

Część 1. (6pkt) Zadanie to dotyczy języków nad alfabetem $\{a, b\}$.

- a) Zdefiniuj gramatykę, która generuje język tych słów, w których liczba liter b nie przekracza liczby liter a . (3p) Uzasadnij poprawność swej konstrukcji. (2p)
- b) Podaj wyrażenie regularne generujące język słów, w których liczba wystąpień literki b jest nieparzysta. (1p)

Część 2. (8pkt) Poniższy program zawiera pewne błędy. Wskaż je i podaj poprawną wersję (5p), przy założeniu że powinien znajdować on drugi największy element w tablicy T zawierającej N liczb nieujemnych całkowitych. W tablicy są przynajmniej dwie różne wartości. Dla tablicy $\{3, 3, 1, 1, 2, 2\}$ program powinien obliczyć wartość 2.

```
int Prev= -1;
int Max;
for (i=0; i<N, i++) {
    if (T[i] >= Prev) {
        Max = T[i];
        Prev = Max
    }
}
DrugiNajwiekszy = Prev;
```

Rozwiąż to zadanie jeszcze raz, wykorzystując w jak największym stopniu dodatkowe założenie, że tablica T jest posortowana (3p).

Część 3. (6pkt) W zadaniu tym powinieś przekształcić fragmenty programów w języku C w ten sposób, by dawały ten sam efekt. Zakładamy, że sprawdzenie warunku nie ma efektów ubocznych. Jeżeli potrzeba, to możesz wprowadzać dodatkowe zmienne.

a) Przekształć program (3p):

```
while (b1) {
    C1;
    if (b2) continue;
    switch(n) {
        case 1: C2; break;
        case 2: C3; break;
    }
}
```

na równoważny, w którym jedynymi konstrukcjami sterującymi są `if` oraz `goto`.

c.d. Verte!

b) Przekształć program (3p):

```
if (b) C1;  
else C2;
```

na równoważny, w którym jedyną konstrukcją sterującą jest pętla **while**. (w szczególności niedozwolona jest instrukcja warunkowa **if**).

Matematyka I

Zadanie z matematyki I

Za poprawne rozwiązanie całego zadania można otrzymać 9 punktów. 3 punkty dają ocenę dostateczną, 4 — dostateczną z plusem, 5 — dobrą, 6 — dobrą z plusem, a 7 — ocenę bardzo dobrą.

(a) Niech φ oznacza zdanie

$$\forall x \exists z (x \in A \wedge z \in A \Rightarrow x \notin B)$$

- (1) Zapisz to zdanie bez użycia symbolu $\Rightarrow$.
 - (2) Zaneguj zdanie φ i doprowadź do postaci, w której nie występuje symbol negacji (można używać symboli relacji $<, \leq, >, \geq, =, \neq$).
 - (3) Czy zdanie φ jest równoważne zdaniu $\neg \exists x \forall z (x \in A \cup B \wedge z \in A)$?
 - (4) Czy zdanie φ jest równoważne zdaniu $\forall x \neg \forall z (x \in A \cap B \wedge z \in A)$?
- (4 punkty).

(b) Udowodnij indukcyjnie, że dla każdej liczby naturalnej $n > 0$ zachodzi

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \cdots + \frac{n}{2^n} = 2 - \frac{n+2}{2^n}.$$

(5 punktów).