

Architektury systemów komputerowych

Lista 7

$x_7 = 8$ (minimum na bdb)

1. W informatyce często używa się szesnastkowego systemu liczbowego (dlaczego?). W takim systemie używamy dodatkowych cyfr $'A', \dots, 'F'$ odpowiadających liczbom $10, \dots, 15$. Jak konwertuje się liczby pomiędzy systemami dziesiętkowym, binarnym oraz szesnastkowym?

Przekształć:

- (a) $(47.3)_{10}$ do systemu dwójkowego i szesnastkowego
 - (b) $(F3E4.A1)_{16}$ do systemu dziesiętkowego oraz dwójkowego,
 - (c) $(100110.1011)_2$ do systemu dziesiętkowego i szesnastkowego,
2. Wiemy, że niektóre liczby w systemie dziesiętkowym mają skończony zapis, a w systemie dwójkowym nie (np. 0.2). Czy możliwa jest sytuacja odwrotna - liczba ma skończony zapis w systemie dwójkowym, a nie ma skończonego zapisu w dziesiętkowym?

3. Rozważmy następujący, prosty format zmiennopozycyjny, WWWMMMMM:

- mantysa składa się z pięciu bitów,
- pierwsza jedynka jest ukryta,
- zakładamy, że znormalizowana mantysa reprezentuje wartość $1.xxxxx$,
- nie ma bitu znaku (wszystkie liczby są dodatnie)
- nie ma reprezentacji dla zera,
- podstawą reprezentacji jest 2,
- wykładnik to trzy bity,
- przesunięcie w wykładniku wynosi 3,
- nie ma żadnych sytuacji specjalnych.

Przykładowo 01001100 reprezentuje $1.01100 \cdot 2^{-1}$.

- (a) Jakie są trzy najmniejsze wartości jakie potrafimy reprezentować?
 - (b) Jakie są trzy największe wartości jakie potrafimy reprezentować?
 - (c) Oblicz stosunek dwóch największych wartości.
 - (d) Oblicz stosunek dwóch najmniejszych wartości.
 - (e) Ile wartości potrafimy reprezentować?
4. Przedstaw w formacie z zadania 3 liczby $a = 1.2$ oraz $b = 5.75$ (być może nie da się tego zrobić dokładnie). Wykonaj działania $a + b$ oraz $a \cdot b$, zakładając, że
 - w dodawaniu: podczas przesuwania mantysy przy wyrównywaniu wykładników obu liczb nie mamy dodatkowego miejsca na tracone cyfry przesuwanej mantysy
 - w mnożeniu: pomocniczy wynik mnożenia przez siebie dwóch mantys (postaci $1.xxxxx$) pamiętany jest na 12 bitach.

Jeśli to konieczne dospecyfikuj samodzielnie pozostałe szczegóły. Porównaj uzyskane wyniki z wynikami dokładnymi.

5. Czy działanie dodawania w arytmetyce z poprzedniego zadania jest łączne?
6. Wprowadzamy następującą modyfikację do formatu z zadania 3:

- w przypadku gdy w wykładniku są same zera reprezentowaną liczbą jest $0.xxxxx \cdot 2^{-2}$.

Odpowiedz na pytania (a)-(e) z zadania 3 dla formatu z wprowadzoną modyfikacją.

7. Wprowadzamy następującą modyfikację do formatu z zadania 3

- pierwsza jedynka w mantysie nie jest ukryta, a więc przykładowo 01010110 reprezentuje teraz $1.0110 \cdot 2^{-1}$.
- zero jest reprezentowane jako 00000000.

Odpowiedz na pytania a)-e) z zadania 3 dla formatu z wprowadzoną modyfikacją.

8. Jak w formacie IEEE 754 pojedynczej precyzji będą reprezentowane następujące wartości:

- 0.5
- 17
- 1/32
- 384

9. Jeden z najpoważniejszych błędów w obliczeniach komputerowych występuje, gdy są odejmowane prawie równe liczby. Przyjmij $A = 0,22288$ i $B = 22211$. Rozważmy maszynę, która liczy w systemie dziesiętnym (na liczbach stałopozycyjnych), obcinając wszystkie wartości do czterech cyfr dziesiętnych. Wobec tego $A' = 0,2228$ i $B' = 0,2221$.

- Jakie są błędy względne* A' i B' ?
- Jaki jest błąd względny $C' = A' - B'$?

10. Krótki format zmiennopozycyjny w komputerach IBM używał jako podstawy reprezentacji liczby 16 (a nie 2). Składał się z jednego bitu znaku, siedmiu bitów wykładnika (pamiętanego z przesunięciem o 64) oraz 24 bitów mantysy. Mantysa to tak naprawdę 6 cyfr szesnastkowych (każda z nich kodowana 4 cyframi binarnymi). Zakładamy, że jest znormalizowana, czyli pierwsza z szesnastkowych cyfr jest różna od zera. Zauważ, że nie może być wtedy mowy o „ukrytej jedynce”.

a) jaka liczba jest reprezentowana przez następujący ciąg bitów:

1 0111111 01110000 00000000 00000000

(odstęp dodano dla zwiększenia przejrzystości)?

b) jak będzie reprezentowana w tej notacji liczba $(14.3)_{10}$?

c) jaka jest największa liczba, którą możemy reprezentować w tej notacji?

11. Załóżmy, że w poprzednim zadaniu zmienimy podstawę reprezentacji z 16 na 8. Czy i jak zmieni to:

- ilość liczb jakie możemy reprezentować,
- największą wartość jaką możemy reprezentować?

Emanuel Kieroński

*Przez błąd względny rozumiemy stosunek przybliżenia do dokładnej wartości