10.6

Aleksander Balicki

15 grudnia 2009

1 Zad 6.

Zauważamy, że we wzorach w skrypcie w metodzie trapezów dzielimy przedział na n podprzedziałów $[t_k, t_{k+1}]$,
a w metodzie Simpsona zakładamy, że n jest parzyste ($n = 2m$) i dzielimy przedział na m podzprzedziałów $[t_{2k}, t_{2k+2}]$.

$$S_n(f) = \frac{1}{3}[4T_n(f) - T_{n/2}(f)] \ (n = 2, 4, \cdots) \tag{1}$$

$$= \frac{1}{3}[4 \cdot h \sum_{k=0}^{n}{}'' f(t_k) - h \sum_{k=0}^{n/2}{}'' f(t_{2k})] \tag{2}$$

$$= \frac{h}{3}[4 \cdot \sum_{k=0}^{n}{}'' f(t_k) - \sum_{k=0}^{n/2}{}'' f(t_{2k})] \tag{3}$$

$$= \frac{h}{3}[2 \cdot f(t_0) + 4 \cdot \sum_{k=1}^{n-1} f(t_k) + 2 \cdot f(t_n) \tag{4}$$

$$-\frac{1}{2} \cdot f(t_0) - \sum_{k=1}^{n/2-1} f(t_{2k}) - \frac{1}{2} \cdot f(t_n)] \tag{5}$$

$$= \frac{h}{3}[2 \cdot f(t_0) + 4 \cdot (f(t_1) + f(t_2) + \cdots + f(t_{n-1})) + 2 \cdot f(t_n) \tag{6}$$

`(to 2 dlatego, że podprzedziały są 2 razy większe i h' = 2h)` (7)

$$2 \cdot (-\frac{1}{2} \cdot f(t_0) - (f(t_2) + f(t_4) + \cdots f(t_{n-2})) - \frac{1}{2} \cdot f(t_n))] \tag{8}$$

$$= \frac{h}{3}[2 \cdot f(t_0) + 4 \cdot (f(t_1) + f(t_2) + \cdots + f(t_{n-1})) + 2 \cdot f(t_n) \tag{9}$$

$$-f(t_0) - 2(f(t_2) + f(t_4) + \cdots f(t_{n-2})) - f(t_n))] \tag{10}$$

$$= \frac{h}{3}[f(t_0) + 2 \cdot (f(t_1) + f(t_2) + \cdots + f(t_{n-1})) + f(t_n) \tag{11}$$

$$+2 \cdot (f(t_1) + f(t_3) + \cdots + f(t_{n-1}))] \tag{12}$$

$$= \frac{h}{3}[f(t_0) + 2 \cdot (f(t_2) + f(t_4) + \cdots + f(t_{n-2})) + f(t_n) \tag{13}$$

$$+4 \cdot (f(t_1) + f(t_3) + \cdots + f(t_{n-1}))] \tag{14}$$

$$= \frac{h}{3}[f(t_0) + 2 \cdot \sum_{k=1}^{n/2-1} f(t_{2k}) + f(t_n) + 4 \cdot \sum_{k=1}^{n/2} f(t_{2k-1})] \tag{15}$$

$$= \quad \frac{h}{3}[2 \cdot \sum_{k=0}^{n/2}{}'' f(t_{2k}) + 4 \cdot \sum_{k=1}^{n/2} f(t_{2k-1})] \tag{16}$$

$$\tag{17}$$