

Ćwiczenia z ANALIZY NUMERYCZNEJ (L)

Lista L 1

7 października 2010 r.

- L 1.1.** 1 punkt Wykazać, że każda liczba $x \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$ ma jednoznaczne przedstawienie w postaci $x = sm2^c$, gdzie $s \in \{-1, 1\}$, $c \in \mathbf{Z}$, a $m \in [\frac{1}{2}, 1)$.
- L 1.2.** 1 punkt Podać wszystkie liczby postaci $x = \pm 0.1e_{-2}e_{-3} \cdot 2^{\pm c}$, gdzie $c, e_k \in \{0, 1\}$.
- L 1.3.** 1 punkt Wykazać, że błąd zaokrąglenia mantysy nie przekracza $\frac{1}{2}2^{-t}$, tj. że $|m - m_t^r| \leq \frac{1}{2}2^{-t}$.
- L 1.4.** 1 punkt Wykazać, że dla $x \neq 0$ zachodzi równość $\text{rd}(x) = x(1 + \varepsilon)$, gdzie $|\varepsilon| \leq 2^{-t}$;
- L 1.5.** 1 punkt Zaproponować sposób uniknięcia utraty cyfr znaczących wyniku w związku z obliczaniem wartości funkcji (a) $\sqrt{x^2 + 1} - x$; (b) $x^{-3}[\sin x - x]$.
- L 1.6.** 1 punkt Pierwiastki równania kwadratowego

$$x^2 - 2px + q = 0, \quad p \neq 0, \quad q \neq 0, \quad p^2 - q > 0$$

wyrażają się wzorem

$$x_k = p + (-1)^{k+1} \sqrt{p^2 - q} \quad (k = 1, 2).$$

Przyjmując, że $p = 2.5$ i $q = -0.1$ obliczyć pierwiastki w czterocyfrowej arytmetyce dziesiętnej. Porównać je z dokładnymi wynikami: $x_1 = 5.01992\dots$, $x_2 = -0.0199206\dots$. Jak można ulepszyć algorytm stosujący wzory na x_1 i x_2 ?

- L 1.7.** 2 punkty Układ równań liniowych

$$31.69x + 14.31y = 45.00, \quad 13.11x + 5.89y = 19.00$$

ma rozwiązanie dokładne $x = 7.2$ i $y = -12.8$. Wyjaśnić, dlaczego wynik obliczeń w czterocyfrowej arytmetyce dziesiętnej, według wzoru

$$y = \left| \begin{array}{cc|c} 31.69 & 45.00 & \\ 13.11 & 19.00 & \end{array} \right| / \left| \begin{array}{cc} 31.69 & 14.31 \\ 13.11 & 5.89 \end{array} \right|$$

znacznie różni się od dokładnego.

Stanisław Lewanowicz