

Ćwiczenia z ANALIZY NUMERYCZNEJ (L)

Lista L13

7 stycznia 2010 r.

- L13.1.** 2 punkty Niech dla $p \in \{1, 2, \infty\}$ symbol $\|\cdot\|_p : \mathbb{R}^{n \times n} \rightarrow \mathbb{R}_+$ oznacza normę macierzy indukowaną przez p -tą normę wektorową. Wykazać, że dla dowolnych macierzy $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ zachodzi nierówność

$$\|AB\|_p \leq \|A\|_p \|B\|_p.$$

- L13.2.** 1 punkt Niech $\text{cond}(A) := \|A\| \|A^{-1}\|$, gdzie $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Wykazać, że

- (a) $\text{cond}(A) \geq 1$;
- (b) $\text{cond}(\alpha A) = \text{cond}(A)$ dla dowolnego $\alpha \in \mathbb{R}$.

- L13.3.** 1 punkt Obliczyć wskaźniki $\text{cond}_1(A)$ i $\text{cond}_\infty(A)$, jeśli

$$A = \begin{bmatrix} & 1 & 1 + \varepsilon \\ 1 - \varepsilon & & 1 \end{bmatrix}.$$

Co da się powiedzieć o uwarunkowaniu układu $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, jeśli $\varepsilon \leq 0.01$?

- L13.4.** 2 punkty Wykazać, że iloczyn dwu macierzy trójkątnych dolnych (górnych) tego samego stopnia jest macierzą trójkątną dolną (górną).

- L13.5.** 1 punkt Dla macierzy

$$A := \begin{bmatrix} 60 & 30 & 20 \\ 30 & 20 & 15 \\ 20 & 15 & 12 \end{bmatrix}$$

wyznaczyć takie macierze trójkątne: dolną L z jedynkami na przekątnej głównej i górną U , że $A = LU$.

- L13.6.** 2 punkty Wyznaczyć liczbę operacji arytmetycznych potrzebnych do uzyskania rozkładu macierzy kwadratowej n -tego stopnia na iloczyn macierzy trójkątnych.

Stanisław Lewanowicz