

Ćwiczenia z ANALIZY NUMERYCZNEJ (M)

Lista L10

10 grudnia 2009 r.

L10.1. 2 punkt Sprawdzić, że współczynniki kwadratury Newtona-Cotesa

$$(1) \quad Q_n^{NC}(f) := \sum_{k=0}^n A_k f(a + kh) \quad (h := (b - a)/n)$$

są takie, że $A_k = A_{n-k}$ ($k = 0, 1, \dots, n$).

L10.2. 2 punkt Sprawdzić, że współczynniki kwadratury Newtona-Cotesa (1) są takie, że $A_k/(b - a)$ ($k = 0, 1, \dots, n$) są liczbami wymiernymi.

L10.3. 1 punkt Obliczyć przybliżoną wartość $\ln 2$, stosując do całki $\int_0^1 \frac{dt}{t+1}$ wzory Newtona-Cotesa dla $n \leq 3$.

L10.4. 1 punkt Stosując złożony wzór Simpsona obliczyć przybliżoną wartość całki

$$\int_0^\pi \sin x \, dx$$

z błędem $\leq 5 \cdot 10^{-5}$.

L10.5. 1 punkt Sprawdzić, że

$$T_{2n}(f) = \frac{1}{2}T_n(f) + h_{2n} \sum_{i=1}^n f(a + (2i - 1)h_{2n}) \quad (n = 1, 2, \dots),$$

gdzie $h_{2n} = \frac{b-a}{2n}$. Jak można wykorzystać tę obserwację w konstrukcji tablicy Romberga?

L10.6. 1 punkt Stosując metodę Romberga znaleźć przybliżenie $T_{3,0}$ następujących całek:

$$(a) \int_1^3 \frac{dx}{x}; \quad (b) \int_0^{\pi/2} \left(\frac{x}{\pi}\right)^2 dx.$$

Stanisław Lewanowicz