

## Ćwiczenia z ANALIZY NUMERYCZNEJ (L)

Lista L 4

22 października 2009 r.

**L 4.1.** 2 punkty Załóżmy, że metoda iteracyjna

$$x_{k+1} = F(x_k) \quad (k = 0, 1, \dots)$$

jest zbieżna do pierwiastka  $\alpha$  równania  $f(x) = 0$ . Wykazać, że jeśli

$$F(\alpha) = \alpha, \quad F'(\alpha) = F''(\alpha) = \dots = F^{(p-1)}(\alpha) = 0, \quad F^{(p)}(\alpha) \neq 0,$$

to rząd metody jest równy  $p$ .

**L 4.2.** 2 punkty Uproszczoną metodę Newtona

$$x_{n+1} := x_n - f(x_n)/f'(x_0) \quad (n = 0, 1, \dots)$$

stosujemy do obliczenia pojedynczego zera funkcji  $f$ . Jaki jest rząd tej metody?

**L 4.3.** 2 punkty Niech  $\alpha$  będzie podwójnym zerem funkcji  $f$ . Wykazać, że metoda Newtona jest wówczas zbieżna liniowo.

**L 4.4.** 1 punkt Odwrotność liczby  $c$  można obliczać bez wykonywania dzielenia, za pomocą wzoru

$$x_{n+1} := x_n(2 - cx_n) \quad (n = 0, 1, \dots).$$

Uzasadnić ten fakt. Dla jakich wartości  $x_0$  metoda jest zbieżna?

**L 4.5.** 1 punkt Zaproponować efektywną metodę obliczania  $\sqrt{a}$ , otrzymaną przez zastosowanie metody Newtona do wyznaczania zera pewnej funkcji  $f$ . Dla jakich wartości  $x_0$  metoda jest zbieżna?

**L 4.6.** 1 punkt Zaproponować sposób obliczenia  $\ln 2$  z zastosowaniem metody Newtona do rozwiązania pewnego równania nieliniowego.

**L 4.7.** 2 punkty Porównać poznane metody rozwiązywania równań nieliniowych na przykładzie równania  $\cos^2 2x = x^2$ . Zero  $\alpha \approx 0.5149332647$  należy wyznaczyć z błędem mniejszym niż  $10^{-7}$ . Proponowane przybliżenia startowe:  $x_0 = 0.75$  i (w wypadku metody siecznych)  $x_1 = 0$ . Mile widziane wykresy ilustrujące zależność  $x_n - \alpha$  od  $n$  (dla każdej z metod).

*Stanisław Lewanowicz*