

Ćwiczenia z ANALIZY NUMERYCZNEJ (L)

Lista L 2

9 października 2009 r.

- L 2.1.** 2 punkty Wykazać, że liczba rzeczywista dodatnia x ma skończone rozwinięcie dwójkowe wtedy i tylko wtedy, gdy $x = m 2^{-n}$ dla pewnych liczb naturalnych m i n .

- L 2.2.** 2 punkty Wykazać, że dla $x = s m 2^c \neq 0$, gdzie $s \in \{-1, 1\}$, $c \in \mathbf{Z}$ i $m \in [\frac{1}{2}, 1)$, zachodzi nierówność

$$|\text{rd}(x) - x| \leq \frac{1}{2} 2^{-t} 2^c.$$

- L 2.3.** 1 punkt Wykazać, że dla $x \neq 0$ zachodzi nierówność

$$\left| \frac{\text{rd}(x) - x}{x} \right| \leq 2^{-t}.$$

- L 2.4.** 1 punkt Podać i uzasadnić wzór dla wskaźnika uwarunkowania zadania obliczania wartości funkcji f w punkcie x .

- L 2.5.** 1 punkt Przedyskutować uwarunkowanie zadania obliczania wartości funkcji f , podanej wzorem (**a**) $f(x) = 1/(1-x)$; (**b**) $f(x) = x^{1/n}$, gdzie n jest stałą naturalną.

- L 2.6.** 2 punkty Czy prawdą jest, że zadanie obliczania wartości sumy $S(a, b) = a + b$ jest zawsze dobrze uwarunkowane? Jaka jest odpowiedź w wypadku zadania obliczania $P(a, b) = a \times b$?

- L 2.7.** 2 punkty Niech a, b, c, d oraz x będą danymi liczbami zmiennopozycyjnymi. Na przykładzie następującego algorytmu obliczenia wartości funkcji

$$H(x) := \frac{ax + b}{cx + d}$$

w punkcie x objaśnić pojęcie algorytmu numerycznie poprawnego:

$$\begin{aligned} p &:= \text{fl}(a \times x); \\ q &:= \text{fl}(p + b) \\ r &:= \text{fl}(c \times x) \\ s &:= \text{fl}(r + d) \\ u &:= \text{fl}(q/s) \\ \text{fl}(H(x)) &:= u \end{aligned}$$

- L 2.8.** 2 punkty Czy następujący algorytm obliczania wartości wyrażenia $P := c_1 c_2 c_3 c_4$, gdzie c_i są liczbami zmiennopozycyjnymi, jest numerycznie poprawny?

$$\begin{aligned} A &:= \text{fl}(c_1 \times c_2) \\ B &:= \text{fl}(A \times c_3) \\ C &:= \text{fl}(B \times c_4) \\ \text{fl}(P) &:= C \end{aligned}$$

Stanisław Lewanowicz